STRATEGI PEMBENTUKAN BILANGAN UNTUK MENYEDERHANAKAN PERHITUNGAN PADA TEOREMA PYTHAGORAS

Mahfudz Reza Fahlevi¹⁾

¹⁾*Institut Agama Islam Negeri Syaikh Abdurrahman Siddik Bangka Belitung
Jl. Petaling Km.13, Petaling, Mendo Barat, Kab. Bangka, Prov. Kepulauan Bangka Belitung, 33173;
mahfudzrezafahlevi@iainsasbabel.ac.id*

Abstrak. Penelitian ini bertujuan untuk memaparkan strategi pembentukan bilangan sebagai bentuk penerapan teorema Pythagoras. Strategi pembentukan bilangan untuk menyederhanakan perhitungan pada penerapan teorema Pythagoras diperlukan karena banyak soal-soal matematika yang melibatkan teorema Pythagoras dalam penyelesaiannya. Dalam beberapa soal matematika, teorema Pythagoras hanya digunakan sebagai alat bantu untuk menjawab soal yang sebenarnya, sebagai contoh adalah soal dalam dimensi tiga. Metode penelitian dalam tulisan ini menggunakan kajian literatur. Terdapat tiga tahapan yang harus dipenuhi untuk menggunakan strategi pembentukan bilangan dalam tulisan ini, yaitu: (1) memastikan dua panjang sisi pada segitiga siku-siku memiliki faktor yang sama, (2) mengubah bilangan bulat selain faktor yang sama (jika sama pilih salah satu) menjadi bilangan akar, serta (3) menentukan sisi yang ditanyakan, jika yang ditanyakan adalah sisi terpanjang (sisi miring) maka kedua bilangan dalam akar (radikan) yang sama harus dijumlahkan, sebaliknya jika yang ditanyakan adalah bukan sisi miring (bukan sisi terpanjang) maka kedua radikan harus dikurangkan dengan tetap memperhatikan hasilnya harus positif.

Kata Kunci. Strategi pembentukan bilangan, penerapan teorema Pythagoras, bilangan dalam akar

Number Formation Strategies to Simplify Calculations in Pythagoras Theorem

Abstract. This research aims to describe the number formation strategy as an application form of the Pythagorean theorem. A number formation strategy to simplify calculations on the application of the Pythagorean theorem is needed since many mathematical problems solving involve Pythagorean theorem. In some mathematical problems, the Pythagorean theorem is only used as a tool to answer the real problem, for example is a problem in Geometric. This research applies a literature review method. There are three steps should be met to use the number formation strategy in this paper, namely: (1) ensuring that the two side lengths of a right triangle have the same factor, (2) changing integers other than the same factor (if it is the same, select one) becomes the root number, and (3) determining the side in question, if what is being asked is the longest side (hypotenuse) then the two numbers in the same root (radicand) must be added, otherwise if what is being asked is not the hypotenuse (not the longest side), then the two radicans must be subtracted while still being positive.

Keyword. Number formation strategy, application of Pythagorean theorem, radican

1. Pendahuluan

Salah satu teorema dalam matematika yang paling terkenal dan paling tua adalah teorema Pythagoras (Sparks, 2013). Teorema Pythagoras biasanya disebut dalam pelajaran matematika ketika membahas materi tentang segitiga siku-siku. Berdasarkan kurikulum 2013 revisi tahun 2017, terdapat dua Kompetensi Dasar (KD) yang melatarbelakangi siswa untuk memahami Teorema Pythagoras dan menerapkannya dalam pemecahan masalah (Maryamah, Anriani, & Fathurrohman, 2019). Kedua KD tersebut tercantum dalam daftar KD Matematika SMP Kelas VIII Semester Genap sebagai berikut.

Tabel 1. Kompetensi Dasar Aspek Pengetahuan dan Keterampilan Matematika Materi Teorema Pythagoras

Kompetensi Dasar Aspek Pengetahuan (3.6)	Kompetensi Dasar Aspek Keterampilan (4.6)
Menjelaskan dan membuktikan Teorema Pythagoras dan Tripel Pythagoras	Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan Teorema Pythagoras dan Tripel Pythagoras

Jika diberikan segitiga siku-siku dengan alas a , tinggi b , dan sisi miring c , maka berlaku teorema Pythagoras yakni: $a^2 + b^2 = c^2$. Dengan teorema ini, panjang suatu sisi segitiga siku-siku dapat ditentukan jika diketahui panjang dua sisi lainnya (Gunawan, 2014). Hubungan ketiga sisi pada segitiga siku-siku sebenarnya telah dibahas para matematikawan bahkan sebelum Pythagoras mempelajarinya, namun susunan struktur abstrak pada teorema ini pertama kali dikenalkan oleh Pythagoras sebagai teoremnya (Danesi, 2020). Banyak matematikawan yang membuktikan teorema Pythagoras dengan berbagai metode. Salah satu buku yang memaparkan betapa banyaknya pembuktian berbeda teorema Pythagoras berjudul *The Pythagorean Theorem: A 4000-Year History* yang memuat 371 pembuktian (Maor, 2010). Teorema Pythagoras menjadi momentum kesuksesan bagi Pythagoras dan menjadi awal dalam matematika bahwa pembuktian harus dilakukan secara sistematis (Marasabessy, 2021).

Teorema Pythagoras memang memudahkan penggunaannya dalam menentukan panjang salah satu sisi segitiga siku-siku. Teorema ini telah dijadikan bahasan pada berbagai tingkatan pendidikan, mulai dari pendidikan dasar hingga perguruan tinggi serta bahan diskusi para ilmuwan dunia, keterkaitan teorema ini pada konsep yang lebih luas juga sangat berpengaruh besar terhadap perkembangan ilmu matematika, misalnya sebagai bentuk alternatif teorema Ptolemy's (Gueron, 2002), saling berkaitan dengan teorema akhir Fermat (Xia, 2020), serta hubungannya dengan data dalam *Triple Spektral* (D'Andrea & Martinetti, 2013). Pentingnya teorema ini telah dibahas di matematika sekolah dan diperkenalkan pada materi sekolah dasar. Beberapa peneliti bidang pendidikan memberikan sorotan khusus mengenai hal-hal yang perlu diperhatikan dalam menamakan konsep teorema Pythagoras dalam proses pembelajaran. Tiga diantaranya adalah tentang implementasi kurikulum (Juliawan, Fauzi, Ramdhani, &

Syahrir, 2020), pendekatan pembelajaran (Rangkuti & Siregar, 2020) dan strategi untuk meningkatkan literasi matematis pada topik teorema Pythagoras (Gustika, Rosmayadi, & Buyung, 2019). Selain ketiga hal diatas, sorotan tentang teorema Pythagoras juga dapat dikaji berdasarkan studi literatur yang menunjukkan bahwa teorema Pythagoras sangat mengutamakan kecermatan menghitung dan penguasaan konsep aritmetika dasar. Pemahaman konsep seperti penjumlahan, pengurangan, perkalian, pembagian, bentuk kuadrat dan bentuk akar sangat mempengaruhi kemampuan siswa dalam menggunakan teorema Pythagoras.

Dalam konteks pengerjaan soal matematika sekolah, konsep-konsep yang harus dikuasai seorang siswa untuk bisa menggunakan teorema Pythagoras tentu saling berkaitan satu sama lain, sehingga siswa diwajibkan memahami konsep dasar terlebih dahulu untuk menunjang pemahaman mengenai konsep baru lainnya (Muchyidin & Amin, 2012). Pada kasus tertentu, bilangan-bilangan yang ada pada sisi segitiga siku-siku membutuhkan waktu untuk dikuadratkan, kemudian hasil penjumlahan atau pengurangan bilangan-bilangan kuadrat tersebut juga terkadang perlu waktu untuk diakarkan. Hal tersebut bisa mempengaruhi siswa dalam menyelesaikan soal. Apalagi jika teorema Pythagoras ditujukan hanya sebagai alat bantu untuk menjawab soal yang sebenarnya, sebagai contoh adalah soal dimensi tiga. Proses menghitung dalam dimensi tiga pada umumnya cukup panjang serta ditambah dengan sketsa/gambar, sehingga metode untuk menyederhanakan perhitungan sangat diperlukan terutama yang berkaitan dengan teorema Pythagoras, karena teorema ini sangat sering digunakan (Fahlevi, 2020). Dengan memahami pola bilangan yang diterapkan pada teorema Pythagoras, ternyata terdapat strategi yang dapat digunakan untuk membentuk bilangan sehingga dapat menyederhanakan perhitungan ketika menentukan panjang sisi segitiga siku-siku dengan teorema ini.

2. Teorema Pythagoras

Jika suatu segitiga siku-siku memiliki alas a , tinggi b dan sisi miring c , maka hubungan ketiga sisi segitiga tersebut dapat dituliskan dalam teorema Pythagoras sebagai berikut:

$$c^2 = a^2 + b^2 \quad (1)$$

berikut beberapa contoh penerapan teorema Pythagoras pada berbagai bentuk bilangan:

Contoh 1: $\{3, 4, 5\} \rightarrow 5^2 = 3^2 + 4^2 \rightarrow 25 = 9 + 16$

$$\{3, 5, \sqrt{34}\} \rightarrow (\sqrt{34})^2 = 3^2 + 5^2 \rightarrow 34 = 9 + 25$$

$$\{\sqrt{6}, 3, \sqrt{15}\} \rightarrow (\sqrt{15})^2 = (\sqrt{6})^2 + 3^2 \rightarrow 15 = 6 + 9 \blacksquare$$

penyajian bentuk hitungan dalam teorema Pythagoras juga bisa melibatkan suatu variabel, contohnya adalah sebagai berikut:

Contoh 2: $\{3a, 4a, 5a\} \rightarrow (5a)^2 = (3a)^2 + (4a)^2 \rightarrow 25a^2 = 9a^2 + 16a^2$

$$\{x, y, \sqrt{x^2 + y^2}\} \rightarrow (\sqrt{x^2 + y^2})^2 = x^2 + y^2 \rightarrow x^2 + y^2 = x^2 + y^2$$

$$\{3\sqrt{x}, \sqrt{2x}, \sqrt{11x}\} \rightarrow (\sqrt{11x})^2 = (3\sqrt{x})^2 + (\sqrt{2x})^2 \rightarrow 11x = 9x + 2x \blacksquare$$

sisi suatu segitiga siku-siku juga bisa memiliki suatu faktor yang sama, berikut contohnya:

Contoh 3: $\{2\sqrt{6}, 2\sqrt{7}, 2\sqrt{13}\} \rightarrow (2\sqrt{13})^2 = (2\sqrt{6})^2 + (2\sqrt{7})^2 \rightarrow 52 = 24 + 28$

*sama-sama memiliki faktor bilangan 2

$$\{3, 6, 3\sqrt{5}\} \rightarrow (3\sqrt{5})^2 = 3^2 + 6^2 \rightarrow 45 = 9 + 36$$

*sama-sama memiliki faktor bilangan 3, ingat bahwa $6 = 3 \cdot 2$

$$\left\{\frac{7}{2}\sqrt{3}, 7, \frac{7}{2}\sqrt{7}\right\} \rightarrow \left(\frac{7}{2}\sqrt{7}\right)^2 = \left(\frac{7}{2}\sqrt{3}\right)^2 + 7^2 \rightarrow \frac{343}{4} = \frac{147}{4} + \frac{196}{4}$$

*sama-sama memiliki faktor bilangan $\frac{7}{2}$, ingat bahwa $7 = \frac{7}{2} \cdot 2 \blacksquare$

lebih lanjut, bentuk perhitungan pada contoh 3 akan ditelaah lebih dalam dan akan diselesaikan dengan suatu strategi. Strategi yang digunakan terinspirasi dari penjumlahan dan pengurangan bilangan dalam akar (radikan) yang sering dimuat dalam buku teks pelajaran matematika saat membahas tentang materi dimensi tiga, yakni ukuran panjang diagonal bidang dan diagonal ruang pada suatu kubus yang memiliki rusuk s , secara berturut-turut adalah $s\sqrt{2}$ dan $s\sqrt{3}$ (Kemdikbud, 2017). Strategi ini akan menjadi dasar dalam pembuktian pada tulisan ini.

Terdapat tak hingga banyaknya kemungkinan pasangan sisi segitiga siku-siku. Dari sekian banyak pasangan sisi segitiga siku-siku yang terbentuk, terdapat juga segitiga siku-siku yang semua sisinya merupakan bilangan bulat positif (*integer*). Kumpulan ketiga sisi-sisi segitiga siku-siku yang keseluruhannya merupakan bilangan bulat, lebih lanjut dikenal dengan istilah *tripel Pythagoras* atau *Triad* (Panjaitan, 2019). Adapun beberapa contoh *tripel Pythagoras* adalah: $\{(3, 4, 5); (5, 12, 13); (8, 15, 17); \dots$ dan lain sebagainya.

3. Strategi Pembentukan Bilangan dalam Teorema Pythagoras untuk Menentukan Panjang Sisi Segitiga Siku-Siku

Perhatikan segitiga siku-siku XYZ berikut. Untuk menentukan panjang sisi YZ terdapat dua metode yang akan ditelaah pada tabel 2.

Gambar 1. Segitiga siku-siku XYZ

Tabel 2. Dua metode dalam menentukan sisi miring segitiga siku-siku XYZ

Metode 1	Metode 2
<ul style="list-style-type: none"> • ΔXYZ merupakan segitiga siku-siku, maka panjang sisi YZ dapat ditentukan dengan teorema Pythagoras sebagai berikut: $YZ^2 = XY^2 + XZ^2$ $YZ^2 = 9^2 + (3\sqrt{2})^2$ $YZ^2 = 81 + 18 = 99$ $YZ = \sqrt{99} = 3\sqrt{11} \blacksquare$	<ul style="list-style-type: none"> • ΔXYZ, untuk menentukan sisi YZ langkah-langkahnya adalah sebagai berikut: <ol style="list-style-type: none"> 1. uraikan dua sisi segitiga siku-siku sehingga memiliki faktor yang sama, yaitu 9 dan $3\sqrt{2}$. Pandang bahwa $9 = 3 \cdot 3$ sehingga kedua bilangan ini sudah memuat faktor yang sama, yaitu 3 2. biarkan hasil faktor yang sama, kemudian ubah bilangan lainnya menjadi bilangan dalam bentuk akar, $9 = 3 \cdot 3 = 3 \cdot \sqrt{9} = 3\sqrt{9}$ 3. karena yang dicari sisi miring, maka jumlahkan hanya bilangan dalam akar (radikan), maka didapat sisi YZ sebagai berikut: $YZ = \text{jumlah radikan dari } 3\sqrt{2} \text{ dan } 3\sqrt{9}, \text{ yaitu}$ $3\sqrt{2+9} = 3\sqrt{11} \blacksquare$

Untuk menggunakan metode 2, berikut syarat yang dibutuhkan: (1) dua panjang sisi pada segitiga siku-siku harus memiliki faktor yang sama selain satu (disebut juga dengan istilah “memiliki FPB selain satu” atau dalam istilah matematika yang lain disebut “dua bilangan yang tidak relatif prima”), namun faktor yang sama tidak harus bilangan bulat, juga boleh dalam bentuk pecahan. Sebagai contoh, misalnya ΔABC memiliki panjang pada sisi siku-sikunya adalah 10 dan 6 kemudian difaktorkan menjadi $2 \cdot 5$ dan $2 \cdot 3$ yang artinya kedua bilangan tersebut memiliki faktor yang sama yaitu 2, berikutnya syarat ke (2) adalah mengubah bilangan bulat selain faktor yang sama (jika sama pilih salah satu) menjadi bilangan akar, syarat ini harus dipenuhi karena poin penting dari cara ini ada pada kemampuan pengubahan bilangan bulat menjadi akar atau sebaliknya, sebagai contoh dua sisi pada ΔABC di atas, yaitu $2 \cdot 5$ dan $2 \cdot 3$, perhatikan bahwa $2 \cdot 5 = 2\sqrt{25}$ hal ini dapat terjadi karena $5 = \sqrt{25}$, begitu juga dengan $2 \cdot 3 = 2\sqrt{9}$ karena $3 = \sqrt{9}$, syarat ke (3) adalah ketelitian dalam menentukan sisi yang ditanyakan, jika sisi terpanjang (sisi miring) maka kedua bilangan dalam akar (radikan) yang sama seperti pada syarat ke (2) harus dijumlahkan, sebaliknya jika yang ditanyakan adalah bukan sisi miring (bukan sisi terpanjang) maka kedua akar harus dikurangkan, dengan tetap memperhatikan hasilnya dalam akar harus positif.

Seperti yang dijelaskan sebelumnya, bahwa metode ini terinspirasi dari panjang diagonal bidang dan diagonal ruang suatu kubus. Untuk pembuktiannya, perhatikan ilustrasi berikut. Diberikan suatu kubus $ABCD.EFGH$ dengan panjang rusuk s sebagai berikut:

Gambar 2. Kubus $ABCD.EFGH$ dengan panjang sisi s

selanjutnya, akan ditentukan panjang diagonal bidang pada salah satu sisi (misal sisi $ABCD$ diagonal bidang BD) pada kubus $ABCD.EFGH$ diatas, yaitu:

Gambar 3. Diagonal bidang BD pada kubus $ABCD.EFGH$ dengan panjang rusuk s

dengan menggunakan penguraian bilangan seperti yang dimaksud pada pembahasan metode 2 di atas, akan didapat langkah-langkah sebagai berikut:

1. Uraikan dua sisi segitiga siku-siku yang diketahui sehingga memiliki faktor yang sama. Pada kasus ini, sisi segitiga sudah memuat faktor yang sama yaitu variabel s baik pada sisi AB dan AD
2. biarkan hasil faktor yang sama, kemudian ubah bilangan lainnya menjadi bilangan dalam bentuk akar, $s = s \cdot 1 = s \cdot \sqrt{1} = s\sqrt{1}$
3. karena yang dicari sisi miring, maka jumlahkan hanya bilangan dalam akar (radikan), maka didapat sisi BD sebagai berikut:
 $BD = \text{jumlah radikan dari sisi } AB \text{ dan } AD, \text{ yaitu } s\sqrt{1} \text{ dan } s\sqrt{1}, \text{ sehingga didapat } s\sqrt{1+1} = s\sqrt{2}$ ■

perhatikan bahwa untuk sebarang rusuk s diagonal bidang selalu $s\sqrt{2}$ yang bisa didapat dengan cara menjumlahkan radikan. Lebih lanjut akan dijabarkan pengerjaan mengenai penentuan panjang diagonal ruang kubus pada salah satu bidang diagonal (misal bidang diagonal $BDHF$, dengan diagonal ruangnya adalah garis HB), yaitu:

Gambar 4. Diagonal ruang HB pada kubus $ABCD.EFGH$ dengan panjang rusuk s

dengan menggunakan strategi penguraian bilangan seperti yang dimaksud pada pembahasan metode 2 di atas, akan didapat langkah-langkah sebagai berikut:

1. Uraikan dua sisi segitiga siku-siku sehingga memiliki faktor yang sama. Pada kasus ini sisi segitiga sudah memuat faktor yang sama yaitu s dengan $DB = s\sqrt{2}$ dan $DH = s$
2. biarkan hasil faktor yang sama, kemudian ubah bilangan lainnya menjadi bilangan dalam bentuk akar, $s = s \cdot 1 = s \cdot \sqrt{1} = s\sqrt{1}$
3. karena yang dicari sisi miring, maka jumlahkan hanya bilangan dalam akar (radikan), maka didapat sisi HB sebagai berikut:
 $BD = \text{jumlah radikan dari } s\sqrt{1} \text{ dan } s\sqrt{2}, \text{ yaitu } s\sqrt{1+2} = s\sqrt{3} \blacksquare$

perhatikan bahwa untuk sebarang rusuk s diagonal ruang suatu kubus selalu $s\sqrt{3}$ yang bisa didapat dengan cara menjumlahkan radikan dengan syarat bilangan didepan akar harus sama.

Dari paparan tentang panjang diagonal bidang dan diagonal ruang di atas, didapat strategi pembentukan bilangan sehingga dapat memudahkan penggunaan teorema Pythagoras untuk menentukan sisi segitiga siku-siku. Leih lanjut, akan dijelaskan sebagai berikut.

Strategi 4.1. Sisi terpanjang dari sebarang segitiga siku-siku yang memuat sisi-sisi dengan faktor yang sama adalah perkalian antara faktor yang sama tersebut dengan jumlah kuadrat bilangan dalam akar (radikan).

Gambar 5. Panjang sisi terpanjang pada $\triangle ABC$ siku-siku yang panjang kedua sisi lainnya memuat faktor yang sama

Bukti. Diberikan $\triangle ABC$ siku-siku, siku-siku di A . Dengan $AB = k \cdot c$ dan $AC = k \cdot b$, maka akan dibuktikan bahwa $BC = k \cdot \sqrt{b^2 + c^2}$. Berdasarkan teorema Pythagoras sisi BC dapat ditentukan sebagai berikut:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 \quad (2)$$

dengan $AB = k \cdot c$ dan $AC = k \cdot b$ maka persamaan (2) dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} BC^2 &= (k \cdot c)^2 + (k \cdot b)^2 \\ BC^2 &= k^2 \cdot c^2 + k^2 \cdot b^2 = k^2 \cdot (c^2 + b^2) \\ BC &= \sqrt{k^2 \cdot (c^2 + b^2)} = \sqrt{k^2} \cdot \sqrt{(c^2 + b^2)} \\ BC &= k \cdot \sqrt{b^2 + c^2} \blacksquare \end{aligned}$$

Strategi 4.2. Sisi siku-siku (bukan sisi terpanjang) dari sebarang segitiga siku-siku yang memuat sisi-sisi dengan faktor yang sama adalah perkalian antara bilangan faktor yang sama tersebut dengan selisih kuadrat bilangan dalam akar (radikan) antara sisi terpanjang dengan sisi lainnya.

Gambar 6. Panjang sisi siku-siku (bukan sisi terpanjang) pada $\triangle ABC$ siku-siku yang panjang kedua sisi lainnya memuat faktor yang sama

Bukti. Menggunakan analogi yang sama dengan pembuktian pada Strategi 4.1.

4. Penerapan Strategi Pembentukan Bilangan dalam Metode Pythagoras untuk Menentukan Sisi Segitiga Siku-Siku Pada Soal-Soal Matematika Sekolah

Dengan menggunakan strategi pembentukan bilangan untuk menyederhanakan perhitungan dalam menentukan sisi-sisi segitiga siku-siku, teorema Pythagoras juga dapat disederhanakan prosedurnya. Hal yang paling diperhatikan untuk menggunakan strategi ini adalah: (1) Kemampuan mengurai bilangan agar memiliki faktor yang sama, sehingga jika mendapat ukuran sisi yang tidak memuat faktor yang sama, maka cara ini tidak berlaku. (2) kemampuan untuk mengubah bentuk bilangan bulat menjadi bentuk akar dan sebaliknya, serta (3) kecermatan dalam menentukan sisi yang dihitung (sisi terpanjang atau bukan). Agar lebih jelas, berikut ini beberapa contoh penggunaan strategi pembentukan bilangan dalam menentukan sisi segitiga siku-siku pada soal-soal matematika sekolah.

Contoh 4: Tentukan panjang sisi yang belum diketahui pada segitiga siku-siku KLM berikut.

Pembahasan:

1. Uraikan dua sisi segitiga siku-siku sehingga memiliki faktor yang sama. Pada kasus ini sisi segitiga dapat diuraikan sehingga memuat faktor yang sama, yaitu $\frac{7}{2}$ dengan $LM = 14\sqrt{3} = 7 \cdot 2\sqrt{3} = 7 \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot 4\right) \sqrt{3} = \frac{7}{2} \cdot 4 \cdot \sqrt{3}$
2. biarkan hasil faktor yang sama, kemudian ubah bilangan lainnya menjadi bilangan dalam bentuk akar, $LM = \frac{7}{2} \cdot 4\sqrt{3} = \frac{7}{2} \cdot \sqrt{16} \cdot \sqrt{3} = \frac{7}{2} \cdot \sqrt{16 \cdot 3} = \frac{7}{2} \sqrt{48}$
3. karena yang dicari bukan sisi miring, maka kurangkan hanya bilangan dalam akar (radikan) dengan tetap memperhatikan bahwa hasil bilangan dalam akar harus tetap positif, sehingga didapat sisi KM sebagai berikut:
 $KM = \text{selisih radikan dari } \frac{7}{2} \sqrt{48} \text{ dan } \frac{7}{2} \sqrt{2}, \text{ yaitu } \frac{7}{2} \sqrt{48 - 2} = \frac{7}{2} \sqrt{46} \blacksquare$

Perhatikan bahwa dengan strategi menguraikan bilangan seperti metode ini, maka perhitungan pengkuadratan bisa dihindari. Mengkuadratkan bilangan pecahan tentu juga membutuhkan waktu, kemudian hasilnya akan dikurangkan lalu ditentukan hasil akarnya. Jika menggunakan alat bantu hitung, umumnya hasil yang disajikan akan berupa bilangan desimal. Berikutnya, akan diberikan contoh penggunaan strategi penguraian bilangan pada soal dimensi tiga.

Contoh 5: Diberikan kubus $ABCD.EFGH$ dengan rusuk $8\sqrt{2}$ satuan. Jika M dan N adalah titik tengah garis AB dan AD , tentukan jarak G ke MNE .

Pembahasan:

Perhatikan kubus $ABCD.EFGH$ berikut.

Gambar 7. Kubus $ABCD.EFGH$ yang memuat $\triangle MNE$

Perhatikan bahwa jika ditarik suatu garis (diagonal ruang) dari titik G ke titik A , maka garis tersebut tidak menembus $\triangle MNE$ secara tegak lurus, sehingga untuk mengerjakan soal ini harus menggunakan konsep jarak titik ke bidang pada materi dimensi tiga.

Penyelesaian soal ini dimulai dari pembuatan garis tinggi pada $\triangle MNE$, misalnya saja garis EL dengan titik L berada ditengah garis MN .

Gambar 8. Kubus $ABCD.EFGH$ memuat $\triangle MNE$ yang memiliki garis tinggi EL

kemudian hubungkan titik G ke garis EL sehingga akan terbentuk $\triangle ELG$. Jarak titik G ke bidang MNE dapat di sederhanakan menjadi jarak titik G ke garis EL atau dengan kata lain jarak titik G ke titik K , dengan K adalah titik pada garis EL sehingga $EL \perp KG$. Agar memudahkan pengerjaan soal, gambar ulang $\triangle ELG$ diluar kubus.

Gambar 9. $\triangle ELG$ pada kubus $ABCD.EFGH$

untuk mengetahui panjang garis EL dan garis GL dapat menggunakan bantuan segitiga siku-siku AEL dan CGL . Pertama, yang bisa ditentukan adalah panjang AL dan LC terlebih dahulu. Panjang kedua ruas garis ini bisa didapat dengan menggunakan perbandingan, yaitu $AL:LC = 1:3$, dengan AC merupakan diagonal bidang, sehingga $AC = 8\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 16$ ini berarti $AL = \frac{1}{4} \cdot 16 = 4$ satuan dan $LC = \frac{3}{4} \cdot 16 = 12$ satuan. Lebih lanjut, perhitungan panjang garis EL dan garis GL pada kasus ini akan menggunakan strategi pembentukan bilangan pada teorema Pythagoras untuk menyederhanakan perhitungan dalam menentukan sisi-sisi segitiga siku-siku yang telah dibahas sebelumnya. Berikut penjelasannya:

1. Uraikan dua sisi segitiga siku-siku sehingga memiliki faktor yang sama. Pada kasus ini sisi segitiga dapat diuraikan sehingga memuat faktor yang sama, yaitu 4 dengan $AL = 4 = 4\sqrt{1}$ dan $EA = 8\sqrt{2} = 4 \cdot 2\sqrt{2}$
2. biarkan hasil faktor yang sama, kemudian ubah bilangan lainnya menjadi bilangan dalam bentuk akar, $EA = 4 \cdot 2\sqrt{2} = 4 \cdot \sqrt{4} \cdot \sqrt{2} = 4\sqrt{8}$
3. karena yang dicari adalah sisi miring, maka jumlahkan hanya bilangan dalam akar (radikan), sehingga didapat sisi EL sebagai berikut:
 $EL = \text{jumlah radikan dari } 4\sqrt{8} \text{ dan } 4\sqrt{1}, \text{ yaitu}$
 $4\sqrt{8+1} = 4\sqrt{9} = 4 \cdot 3 = 12$

Gambar 10. $\triangle AEL$ pada kubus $ABCD.EFGH$ dan proses mendapatkan panjang sisi EL

1. Uraikan dua sisi segitiga siku-siku sehingga memiliki faktor yang sama. Pada kasus ini sisi segitiga dapat diuraikan sehingga memuat faktor yang sama, yaitu 2 dengan $AL = 12 = 2 \cdot 6$ dan $GC = 8\sqrt{2} = 2 \cdot 4\sqrt{2}$
2. biarkan hasil faktor yang sama, kemudian ubah bilangan lainnya menjadi bilangan dalam bentuk akar, $AL = 2 \cdot 6 = 2\sqrt{36}$ kemudian panjang sisi $GC = 2 \cdot 4\sqrt{2} = 2 \cdot \sqrt{16} \cdot \sqrt{2} = 2\sqrt{32}$
3. karena yang dicari adalah sisi miring, maka jumlahkan hanya bilangan dalam akar (radikan), sehingga didapat sisi LG sebagai berikut:
 $LG = \text{jumlah radikan dari } 2\sqrt{36} \text{ dan } 2\sqrt{32},$
 yaitu $2\sqrt{36 + 32} = 2\sqrt{68}$

Gambar 11. $\triangle CGL$ pada kubus $ABCD.EFGH$ dan proses mendapatkan panjang sisi LG

dengan menghimpun informasi yang didapat serta memahami bahwa EG merupakan diagonal bidang dengan ukuran 16 satuan, maka ukuran sisi $\triangle ELG$ adalah sebagai berikut:

Gambar 12. $\triangle ELG$ pada kubus $ABCD.EFGH$

Perhatikan bahwa $\triangle ELG$ bukan segitiga sama sisi ataupun sama kaki, untuk mendapatkan panjang GK , maka bagi ruas garis EL menjadi dua, misal panjangnya adalah x dany, sehingga:

Gambar 13. $\triangle ELG$ pada kubus $ABCD.EFGH$ dengan alas $EL = x + y = 12$

panjang x akan didapat dengan cara berikut:

$$x = \frac{(EG)^2 + (EL)^2 - (GL)^2}{2 \cdot (EL)} = \frac{256 + 144 - 272}{24} = \frac{128}{24} = \frac{16}{3}$$

sehingga didapat jarak G ke MNE atau dengan kata lain panjang GK yaitu:

1. Uraikan dua sisi segitiga siku-siku sehingga memiliki faktor yang sama. Pada kasus ini sisi segitiga dapat diuraikan sehingga memuat faktor yang sama, yaitu $\frac{16}{3}$ dengan $x = EK = \frac{16}{3} = \frac{16}{3} \cdot 1$ dan $EG = 16 = 16 \cdot 1 = \frac{16}{3} \cdot 3 = \frac{16}{3} \sqrt{9}$
2. biarkan hasil faktor yang sama, kemudian ubah bilangan lainnya menjadi bilangan dalam bentuk akar, $AEK = \frac{16}{3} \cdot 1 = \frac{16}{3} \sqrt{1}$ dan panjang sisi $EG = \frac{16}{3} \cdot 3 = \frac{16}{3} \sqrt{9}$
3. karena yang dicari bukan sisi miring, maka kurangkan hanya bilangan dalam akar (radikan) dengan tetap memperhatikan bahwa hasil bilangan dalam akar harus tetap positif, sehingga didapat sisi GK sebagai berikut:
 $GK = \text{selisih radikan dari } \frac{16}{3} \sqrt{9} \text{ dan } \frac{16}{3} \sqrt{1}, \text{ yaitu: } \frac{16}{3} \sqrt{9 - 1} = \frac{16}{3} \sqrt{8}. \text{ Hasil ini masih bisa disederhanakan menjadi: } \frac{16}{3} \sqrt{8} = \frac{16}{3} \cdot 2 \cdot \sqrt{2} = \frac{32}{3} \sqrt{2} = 10 \frac{2}{3} \sqrt{2} \blacksquare$

5. Penutup

Teorema Pythagoras merupakan salah satu teorema fenomenal yang dapat membantu untuk menentukan panjang sisi suatu segitiga siku-siku jika dua sisi lainnya diketahui. Dalam penerapannya, teorema ini harus memenuhi prasyarat mengenai kemampuan aritmetika dasar seperti penjumlahan, pengurangan, perkalian, pembagian, bentuk pangkat dan akar, serta perlu ketelitian dalam menghitungnya. Alat bantu hitung seperti kalkulator bisa mempermudah pengerjaan ketika bentuk bilangan pada soal terbilang unik (bentuk pecahan atau bilangan yang ukurannya besar) namun hasil perhitungan pada kalkulator umumnya berupa bilangan desimal. Berdasarkan paparan sebelumnya didapat bahwa terdapat cara agar penerapan teorema Pythagoras dapat dilakukan dengan lebih sederhana, yakni dengan strategi penguraian bilangan. Strategi ini dapat

digunakan untuk menyelesaikan soal-soal tingkat sekolah. Namun dalam penerapannya strategi ini memiliki beberapa syarat yang harus dipenuhi, yaitu: (1) dua panjang sisi pada segitiga siku-siku harus memiliki faktor yang sama selain satu, faktor yang sama tidak harus bilangan bulat, boleh dalam bentuk pecahan (2) kemampuan mengubah bilangan bulat selain faktor yang sama (jika sama pilih salah satu) menjadi bilangan akar, syarat ini harus dipenuhi karena poin penting dari cara ini ada pada kemampuan pengubahan bilangan bulat menjadi akar atau sebaliknya (3) ketelitian dalam menentukan sisi yang ditanyakan, jika sisi terpanjang (sisi miring) maka kedua bilangan dalam akar (radikan) yang sama seperti pada syarat ke (2) harus dijumlahkan, sebaliknya jika yang ditanyakan adalah bukan sisi miring (bukan sisi terpanjang) maka kedua akar harus dikurangkan, dengan tetap memperhatikan hasil dalam akar harus positif.

Daftar Referensi

- D'Andrea, F., & Martinetti, P. (2013). On Pythagoras Theorem for Products of Spectral Triples. *Letters in Mathematical Physics*, 103(5), 469–492. <https://doi.org/10.1007/s11005-012-0598-x>
- Danesi, M. (2020). Pythagoras' Legacy-Mathematics in Ten Great Ideas. In *Oxford University Press, USA*.
- Fahlevi, M. R. (2020). *Dibalik Kehebatan Cara Cepat Matematika* (1st ed.; A'i Mulyani Az Zahra, ed.). Malang: Ismaya Publishing.
- Gueron, S. (2002). Two applications of the generalized ptolemy theorem. *American Mathematical Monthly*, 109(4), 362–370. <https://doi.org/10.2307/2695499>
- Gunawan, H. (2014). *Gara-Gara Hantu Lingkaran* (1st ed.; Tim Graha Ilmu, ed.). Yogyakarta: Graha Ilmu. Retrieved from <https://personal.fmipa.itb.ac.id/hgunawan/notes-in-mathematics/>
- Gustika, N., Rosmaiyadi, R., & Buyung, B. (2019). Kemampuan Literasi Matematis Siswa Pada Model Pembelajaran Quantum Teaching dalam Materi Teorema Pythagoras Kelas VIII SMPN 1 Jagoi Babang. *Variabel*, 2(2), 46. <https://doi.org/10.26737/var.v2i2.1719>
- Juliawan, R., Fauzi, A., Ramdhani, L., & Syahrir, S. (2020). Problematika Pembelajaran Matematika Materi Teorema Pythagoras Berdasarkan Kurikulum 2013. *Jurnal Ilmiah Mandala Education*, 6(1), 137–141. <https://doi.org/10.36312/jime.v6i1.1118>
- Kemdikbud. (2017). Matematika SMA/MA Kelas XII. In *Encephale* (Vol. 53). Retrieved from <http://dx.doi.org/10.1016/j.encep.2012.03.001>
- Maor, E. (2010). The Pythagorean Theorem: A 4,000-Year History. In *The College Mathematics Journal* (Vol. 40). <https://doi.org/10.4169/193113409x469758>
- Marasabessy, R. (2021). Teorema Pythagoras : Aplikasinya terhadap Teorema Heron dan Dimensi Tiga. *PRISMA*, (Vol. 4. Prosiding Seminar Nasional Matematika), 743–754. Retrieved from <https://journal.unnes.ac.id/sju/index.php/prisma/>
- Maryamah, I., Anriani, N., & Fathurrohman, M. (2019). Pengembangan Bahan Ajar Materi Pythagoras yang Berorientasi pada Kompetensi Abad 21 untuk Guru SMP. *SJME (Supremum Journal of Mathematics Education)*, 3(1), 67–77. <https://doi.org/10.31235/osf.io/9z27d>
- Muchyidin, A., & Amin, A. H. F. (2012). Pengaruh Penguasaan Teorema Pythagoras Terhadap Kemampuan Siswa Dalam Menyelesaikan Soal-Soal Garis Singgung Lingkaran Kelas Viii Smpn 1 Leuwimunding. *Eduma : Mathematics Education Learning and Teaching*, 1(2), 55–62. <https://doi.org/10.24235/eduma.v1i2.298>
- Panjaitan, D. J. (2019). Media Pembelajaran Pythagoras Berbasis Teknologi Komputasi. *Prosiding Seminar Nasional & Expo II Hasil Penelitian Dan Pengabdian Masyarakat*, (Vol. 2, No. 2. Prosiding Seminar Hasil Penelitian), 949–955.
- Rangkuti, A. N., & Siregar, A. I. (2020). Lintasan Belajar Teorema Pythagoras dengan Pendekatan

Pendidikan Matematika Realistik. *Logaritma : Jurnal Ilmu-Ilmu Pendidikan Dan Sains*, 7(02), 149–162. <https://doi.org/10.24952/logaritma.v7i02.2112>

Sparks, J. C. (2013). The Pythagorean Theorem, Crown Jewel of Mathematics. *Science*, 34(867), 181–182. <https://doi.org/10.1126/science.34.867.181>

Xia, Y. (2020). From Pythagoras Theorem to Fermat's Last Theorem and the Relationship between the Equation of Degree n with One Unknown. *Advances in Pure Mathematics*, 10(03), 125–154. <https://doi.org/10.4236/apm.2020.103009>